

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Технологический институт-филиал ФГБОУ ВПО
«Ульяновская ГСХА им. П.А.Столыпина»

отделение среднего профессионального образования

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов
по дисциплине ПД.01 Математика

Составитель: А.В. Чихранов, преподаватель отделения среднего профессионального образования Технологического института – филиала ФГБОУ ВПО «Ульяновская ГСХА им. П.А. Столыпина»

Димитровград 2014 г.

Содержание

1. Пояснительная записка	3
2. Программа самостоятельной работы студентов.....	3
3. Задания для организации самостоятельной работы.....	7

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Оценка эффективности внеаудиторной работы студентов может быть определена исходя из следующих критериев:

- уровня освоения учебного материала;
- умения использовать полученные теоретические знания при выполнении практических математических задач;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и внеаудиторную самостоятельную работу студентов, может проходить в письменной форме.

Программа самостоятельной работы студентов (СРС) по учебной дисциплине ПД.01.МАТЕМАТИКА

Наименование разделов и тем дисциплины/модуля	Объем, часов	Коды формируемых компетенций	Виды СРС	Формы/методы контроля СРС	Сроки выполнения
1	2	3	4	5	6
Раздел 1. Алгебра	49				
Тема 1.1. Введение	3	-	- разобрать основные законы действий над числами; - изучить работу с приближенными числами.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	сентябрь
Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы	16	-	- разобрать понятия по теме: «Степень с натуральным показателем»; - рассмотреть преобразования корней; - разобрать освобождение знаменателя дроби от корня; - разобрать формулы перевода логарифмов; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Степени, корни, логарифмы».	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	сентябрь

1	2	3	4	5	6
Тема 1.3. Основы тригонометрии	19		<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть понятие радианной меры дуги; - рассмотреть вопрос: длина окружности. - ознакомиться с формулой площади кругового сектора; - разобрать понятие периодичности тригонометрических функций; - рассмотреть понятие четности и нечетности тригонометрических функций; - изучить тождества, связывающие обратные тригонометрические функции; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Основы тригонометрии». 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	октябрь
Тема 1.4. Функции, их свойства и графики	11		<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть решение задач на функциональную зависимость в реальных процессах и явлениях; - изучить способы задания функции, понятие частного значения функции; - выполнить арифметические операции над функциями; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Функции, их свойства и графики». 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	ноябрь
Раздел 2. Начала математического анализа	38				
Тема 2.1. Уравнения и неравенства	19	-	<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть решение рациональных уравнений; - рассмотреть решение рациональных неравенств; - рассмотреть графическое решение неравенств; - рассмотреть решение систем показательных уравнений; - рассмотреть решение систем логарифмических уравнений; - рассмотреть решение смешанных задач. 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	декабрь

1	2	3	4	5	6
Тема 2.2. Дифференциальное исчисление	11	-	- рассмотреть понятие частного значения производной; - рассмотреть приложение производной к решению физических задач; - разобрать понятие дифференциала; - рассмотреть решение задач на нахождение скорости для процессов, заданных формулой или графиком; - изучить понятие второй производной; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Производная функции».	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	январь
Тема 2.3. Интегральное исчисление	8		- рассмотреть решение задач на применение интеграла в физике и математике; - рассмотреть применение интеграла к вычислению площадей фигур.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	февраль
Раздел 3. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей	12				
Тема 3.1. Элементы комбинаторики	6		- рассмотреть понятие: повторение испытаний; - изучить формулу Бернулли.	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	март
Тема 3.2. Элементы теории вероятностей	2		- Изучить формулу полной вероятности Байеса	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	март
Тема 3.3. Элементы статистики	4		- рассмотреть понятие о задачах математической статистики; - рассмотреть решение практических задач с применением вероятностных методов	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	март
Раздел 4. Геометрия	46				
Тема 4.1. Прямые и плоскости в пространстве	11		- разобрать основные понятия стереометрии; - изучить аксиомы стереометрии; - изучить следствия из аксиом	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	апрель

1	2	3	4	5	6
Тема 4.2. Многогранники	11		<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть понятие куба, его основные элементы; - рассмотреть симметрии в кубе; - рассмотреть сечения куба; - изучить симметрию в параллелепипеде; - рассмотреть сечения призмы; - рассмотреть решение задач на вычисление объема куба и его измерений; - рассмотреть сечения пирамиды; - рассмотреть решение задач на вычисление объема по интегральной формуле; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Многогранники». 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	апрель
Тема 4.3. Поверхности и тела вращения	14		<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть сечения цилиндра; - рассмотреть сечения конуса; - рассмотреть подобие тел; - рассмотреть решение задач на отношение площадей поверхностей и объемов тел; - рассмотреть сечения шара; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Тела вращения». 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	май
Тема 4.4. Координаты и векторы	10		<ul style="list-style-type: none"> - рассмотреть окружность и ее уравнение; - рассмотреть скалярное произведение векторов в координатной форме; - разложение вектора в базисе; - рассмотреть решение прикладных задач на использование координат и векторов; - выполнить домашнюю контрольную работу по теме «Векторы и координаты». 	Проверка работ Зачет по разделу тестирование	май
ИТОГО:	145				

Задания для самостоятельной работы студентов

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.1. Введение

Кол-во часов: 3 часа

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Разобрать основные законы действий над числами;
2. Изучить работу с приближенными числами.

Упражнения:

Вариант 1

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}) \cdot 0,3}{0,2}$$

2. Найдите x из пропорции:

$$\frac{(4 - 3,5(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5})) \div 0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} \div \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}}$$

3. Найдите число, если 40% его равны 12.

4. Найдите 4% от 75.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{172\frac{5}{6} - 170\frac{1}{3} + 3\frac{5}{12}}{0,8 \cdot 0,25}$$

2. Найдите x из пропорции:

$$\frac{0,125x}{(\frac{19}{24} - \frac{21}{40}) \cdot 8\frac{7}{16}} = \frac{(1\frac{28}{63} - \frac{17}{21}) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02}$$

3. Найдите число, если 15% его равны 135.

4. Найдите 15% от 84.

Критерии оценки:

Оценка: «3» - 2 номера; «4» - 3 номера

Найдите относительную погрешность числа $x = a \pm h$ с точностью до сотых:

1) $x = 2,1 \pm 0,01$; 6) $x = 7,1 \pm 0,01$;

$$2) x = 3,1 \pm 0,01; 7) x = 8,1 \pm 0,01;$$

$$3) x = 4,1 \pm 0,01; 8) x = 9,1 \pm 0,01;$$

$$4) x = 5,1 \pm 0,01; 9) x = 10,1 \pm 0,01;$$

$$5) x = 6,1 \pm 0,01; 10) x = 11,1 \pm 0,01$$

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416 с.

Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы

Кол-во часов: 16 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Разобрать понятия по теме: «Степень с натуральным показателем»;
2. Рассмотреть преобразования корней;
3. Разобрать освобождение знаменателя дроби от корня;
4. Разобрать формулы перевода логарифмов.

Упражнения:

1. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{6^{14}}{6^{0,7}} \quad \text{б) } k^{-5,2} \cdot 3k^{0,8} \quad \text{в) } 1,4a^{\frac{1}{7}} \div 2a^{\frac{8}{7}} \quad \text{г) } 1,3c^{4,5} \div 13c^{-0,5}$$

$$\text{д) } b^{\frac{-1}{3}} \div b^{\frac{2}{9}} \quad \text{е) } \frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[3]{a}} \quad \text{ж) } \sqrt[5]{3^{10} \cdot a^5} \quad \text{з) } \sqrt[3]{7^{12} \cdot c^{15}}$$

2. Вычислите:

$$\text{а) } \sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09} \quad \text{б) } \sqrt[3]{125 \cdot 0,027} \quad \text{в) } -\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$$

$$\text{г) } \sqrt[4]{(-3)^2} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 9} \quad \text{д) } 0,3 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{15} - 0,1 \quad \text{е) } \frac{-6 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2}}{9}$$

$$\text{ж) } \frac{2}{3} \div \sqrt{\frac{1}{0,09}} \cdot \frac{1}{\sqrt{25}} \quad \text{з) } \frac{8\sqrt{5}}{0,4\sqrt{0,2}} \quad \text{и) } \frac{5 \cdot \sqrt[3]{17}}{\sqrt[3]{136}}$$

3. Найдите значение выражения, сначала упростив его:

$$\text{а) } \frac{x-y}{y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}} + \frac{x^{\frac{1}{2}} - x}{x^{\frac{1}{2}}}, \text{ если } x=9, y=49;$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} + 2x^{-1}, \text{ если } x=9, y=16.$$

4. Вычислите:

$$a) (0,001)^{\frac{-1}{3}} + 2^{-2} \cdot 64^{\frac{-2}{3}} \cdot 4 - 8^{-\frac{1}{3}} + (9^0)^2 \cdot 5$$

$$б) 3^{-4} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} \cdot 9 - 27^{-\frac{1}{3}} + (8^0)^3 \cdot 2 + (0,125)^{-\frac{2}{3}}$$

5. Упростите выражение:

$$a) \sqrt[5]{\frac{n^4}{8m^3}} \div \sqrt[5]{\frac{4m^2}{n}}$$

$$б) (\sqrt{320} - 3 \cdot \sqrt[3]{24}) - (\sqrt{45} - 2 \cdot \sqrt[3]{81})$$

$$в) \frac{a-b}{a+b+2\sqrt{ab}} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

6. Упростите выражение, а затем найдите его значение:

$$a) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} \text{ при } a=36, b=16;$$

$$б) 1 + \frac{a^3 + 1}{a^3 - a^2} \div \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a} \cdot \frac{a+1}{(a-1)^2} - \frac{1}{1-a+a \cdot (a-1)} \right); \text{ при } a=-5;$$

$$в) \sqrt{1-x} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9} + 2x - 3, \text{ при } x=1.$$

7. Найдите значение выражения:

$$a) 1) 2^{-2}; 2) 3^{-2}; 3) 4^{-2}; 4) 5^{-2}; 5) 2^{-3};$$

$$б) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}; 7) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}; 8) \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}; 9) \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}; 10) \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$б) 1) 0,01^{\frac{3}{2}}; 2) 16^{-\frac{1}{4}}; 3) 16^{-\frac{1}{2}}; 4) 4^{-\frac{1}{2}}; 5) 8^{\frac{2}{3}};$$

$$б) 4^{\frac{3}{2}}; 7) \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}; 8) \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{3}{2}}; 9) \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}; 10) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$в) 1) \log_2 2; 2) \log_2 \frac{1}{4}; 3) \log_2 8; 4) \log_3 \frac{1}{3}; 5) \log_3 \frac{1}{9};$$

$$6) \log_3 27; 7) \lg 0,1; 8) \lg 100; 9) \lg 0,001; 10) \log_5 25$$

$$г) 1) \log_{\frac{1}{3}} 9; 2) \log_{\frac{1}{3}} 27; 3) \log_9 3; 4) \log_{27} 3; 5) \log_8 2;$$

$$6) \log_8 \frac{1}{2}; 7) \log_{\frac{1}{8}} 2; 8) \log_{32} 2; 9) \log_{16} \frac{1}{4}; 10) \log_{16} \frac{1}{2}$$

8. Вычислить:

1. $(2\sqrt{2})^{\frac{4}{5}}$	10. $\sqrt[3]{100^{15}}$	18. $\sqrt[3]{169^{-1}}$	26. $64^{-\frac{2}{3}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \cdot 2^{-2} \cdot ((-8,7)^3)^0 \cdot \left(\frac{1}{225}\right)^{-\frac{1}{2}}$
2. $-5,3^0 \cdot 8^{\frac{1}{5}}$	11. $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	19. $(49^{-1})^{\frac{3}{2}}$	27. $-5,3^0 \cdot 8^{\frac{1}{2}} \cdot 98^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}} + (-343)^{-\frac{1}{3}}$
3. $\left(\frac{1}{225}\right)^{-\frac{1}{2}}$	12. $\left(4\frac{17}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$	20. $\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)^{-\frac{1}{3}}$	28. $\left(-5,5^0 \cdot 8 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-5,5)^0\right)$
4. $(-343)^{-\frac{1}{3}}$	13. $\left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{3}{4}}$	21. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$	29. $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{343}\right)^{-1}} - (-5^0) + \left(10000^{-\frac{3}{4}}\right)^{-1} \cdot 125^{-\frac{2}{3}}$
5. $\left(\frac{1}{16}\right)^{0,75}$	14. $\sqrt[3]{8}$	22. $\left(\frac{27}{4^{-15}}\right)^{\frac{1}{3}}$	30. $\left((2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} - \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left((2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} + \frac{3}{2}\right) \cdot (-2\sqrt{3})^0$
6. $((-8,7)^3)^0$	15. $\left(10000^{-\frac{3}{4}}\right)^{-1}$	23. $\sqrt[0,5]{0,1^{-1}}$	
7. $\left(1\frac{61}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$	16. $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{343}\right)^{-1}}$	24. $(2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$	
8. $(4\sqrt{2})^{\frac{2}{3}}$	17. $64^{-\frac{2}{3}}$	25. $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right)^{-0,25}$	
9. $\frac{1}{3 \cdot 16^{0,5} + 2 \cdot 9^{0,5}}$			

9. Вычислите, используя формулы и свойства логарифмов:

$$\log_2 \frac{1}{0,125}$$
$$\lg 0,1\sqrt[3]{100}.$$
$$\log_2 6 + \log_2 10 \frac{2}{3}.$$
$$\log_{0,2} 75 - \log_{0,2} 3.$$
$$\left(\sqrt{13}\right)^{\log_{13} 0,04}.$$
$$-\log_8 \log_2 \sqrt[8]{\sqrt[4]{4}}.$$

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 1.3. Основы тригонометрии

Кол-во часов: 19 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть понятие радианной меры дуги;
2. Рассмотреть вопрос: длина окружности;
3. Ознакомиться с формулой площади кругового сектора;
4. Разобрать понятие периодичности тригонометрических функций;
5. Рассмотреть понятие четности и нечетности тригонометрических функций;
6. Изучить тождества, связывающие обратные тригонометрические функции.

Упражнения:

1. Выразите в радианной мере величины углов

$1^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ, 360^\circ$.

2. Выразите в градусной мере величины углов

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{18}, \frac{7\pi}{2}, 4\pi.$$

3. Определите знак выражения:

$$\cos 700^\circ, \operatorname{tg} 380^\circ, \sin 300^\circ, \cos 120^\circ.$$

4. Вычислите с помощью формул приведения значение:

$$\cos 150^\circ, \sin 120^\circ, \operatorname{tg} 210^\circ, \cos 240^\circ.$$

5. Вычислите с помощью формул приведения, периода и четности значение:

$$\cos \frac{17\pi}{3}, \operatorname{tg} 600^\circ, \sin \left(-\frac{23\pi}{6}\right), \operatorname{ctg} 210^\circ.$$

6. Упростите выражение:

$$\text{a) } \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \quad \text{б) } \operatorname{ctg} (\pi + \alpha) \quad \text{в) } \sin (\pi - \alpha) \quad \text{г) } \cos (\pi - \alpha) \quad \text{д) } \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \quad \text{е) } \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

7. Найдите область значений функции:

$$\text{a) } y = 5 \cos 2x \quad \text{б) } y = 3 + \cos x \quad \text{в) } y = 2 - \sin^2 x \quad \text{г) } y = 3 - \cos 5x$$

8. Найдите множество значений функции $y = \sin 2x$, если $x \in \left[\arccos \frac{5}{13}; \frac{5\pi}{12}\right]$.

9. Вычислить, используя таблицу значений тригонометрических функций:

$$\text{a) } \operatorname{ctg}^2 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 60^\circ + \frac{3}{4} \operatorname{ctg}^2 60^\circ$$

$$\text{б) } \frac{3 \sin \frac{\pi}{6} - 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{2}}{5 \operatorname{tg} 0 - 6 \sin \frac{\pi}{2}}$$

$$\text{в) } \sin^2 \frac{7\pi}{3} + \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{4} - 3 \cos \left(-\frac{11\pi}{6}\right).$$

10. Выполните самостоятельную работу:

1. Упростите выражение: $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(2\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha)}$.
2. Вычислите значение выражения: $\frac{8 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 50^\circ}$.
3. Найдите значение выражения $4 - 5 \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos^2 x$, если $\sin^2 x = 0,8$.
4. Найдите значение выражения $\frac{7 \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{2 \sin(3\pi - \alpha)}$, если $\alpha = \frac{5\pi}{3}$.
5. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha}{3 \cos \alpha - \sin \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.
6. Упростите выражение $\sin \frac{11\pi}{3} + \cos 690^\circ - \cos \frac{19\pi}{3}$.
7. Вычислите $26 \sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\sin \beta = -\frac{4}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$.
8. Упростите выражение $8(\sin^4 15^\circ + \cos^4 15^\circ)$.

Вычислите:

- а) $2 \cos 60^\circ - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$; а) $\operatorname{ctg} 45^\circ - 2 \sin \frac{\pi}{6}$;
 б) $\sin(-420^\circ)$. б) $\cos(-750^\circ)$.

Сравните значения выражений:

- а) $\sin \frac{8\pi}{7}$ и $\cos 90^\circ$; а) $\cos \frac{4\pi}{7}$ и $\sin 180^\circ$;
 б) $\sin \frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$. б) $\frac{\pi}{3}$ и $\cos \frac{\pi}{3}$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

- $0,5 \cos \alpha + 2$. $3 \sin \alpha - 1$.

Вычислите:

- а) $2 \cos 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin \frac{3\pi}{2}$; а) $2 \sin 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ - \cos \pi$;
 б) $\frac{\sin 390^\circ - \sin(-390^\circ)}{\operatorname{tg}(-765^\circ)}$. б) $\frac{\operatorname{ctg} 405^\circ - \operatorname{ctg}(-405^\circ)}{2 \sin(-750^\circ)}$.

Сравните значения выражений:

- а) $\cos \frac{25\pi}{13} \operatorname{tg} \frac{11\pi}{10}$ и а) $\sin 1,2\pi \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{7}$ и
 $\sin(-330^\circ) \operatorname{ctg} 100^\circ$; $\cos(-300^\circ) \operatorname{tg} 110^\circ$;
 б) $\cos 2^\circ$ и $\cos 2$. б) $\sin 4$ и $\sin 4^\circ$.

Выполните самостоятельную работу:

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1°. Найдите значение: а) $\operatorname{tg} \frac{49\pi}{6}$; б) $\cos(-1035^\circ)$.	1°. Найдите значение: а) $\sin\left(-\frac{35\pi}{6}\right)$; б) $\operatorname{tg} 690^\circ$.	1°. Найдите значение: а) $\sin(-1740^\circ)$; б) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{3}$.	1°. Найдите значение: а) $\cos\left(-\frac{31\pi}{4}\right)$; б) $\operatorname{tg} 1020^\circ$.
2°. Определите знак выражения $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$: а) $\alpha = -\frac{3\pi}{4}$; б) $\alpha = 3,8$.	2°. Определите знак выражения $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$: а) $\alpha = 205^\circ$; б) $\alpha = -\frac{7\pi}{6}$.	2°. Определите знак выражения $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$: а) $\alpha = 283^\circ$; б) $\alpha = \frac{7\pi}{3}$.	2°. Определите знак выражения $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$: а) $\alpha = -123^\circ$; б) $\alpha = 4,4$.
3. Оцените выражение: $4 \sin x - 3$.	3. Оцените выражение: $7 \cos x - 5$.	3. Оцените выражение: $1 + 3 \sin x$.	3. Оцените выражение: $7 - 5 \cos^2 x$.

Задание №1

Известно, что

$$\sin \alpha = 0,8 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad \cos \alpha = 0,6 \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Найдите значения трех других тригонометрических функций угла α .

Задание №2

Упростите выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta; & \text{а) } \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta - \sin^2 \alpha; \\ \text{б) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot (1 - \sin^2 \alpha). & \text{б) } \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha. \end{array}$$

Задание №3

Докажите тождество:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Формулы двойного и половинного углов

Задание №1

Известно, что

$$\begin{array}{ll} \cos \alpha = -0,28 & \cos \alpha = 0,28 \\ \text{и } \alpha \text{ — угол II четверти.} & \text{и } \alpha \text{ — угол I четверти.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Найдите } \sin \frac{\alpha}{2}. & \text{Найдите } \cos \frac{\alpha}{2}. \end{array}$$

Задание №2

Упростите выражение:

$$4 \sin \alpha \cos^3 \alpha - 4 \sin^3 \alpha \cos \alpha, \quad \frac{1 - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}.$$

Задание №3

Докажите тождество:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha, \quad \frac{\operatorname{tg} 2\alpha \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \sin 2\alpha.$$

Формулы приведения

Задание №1

Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sin 530^\circ - \cos \frac{22\pi}{9}; & \text{а) } \cos 770^\circ - \sin \frac{25\pi}{9}; \\ \text{б) } \frac{\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ}{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ}. & \text{б) } \frac{\sin 22^\circ \cos 8^\circ + \cos 158^\circ \cos 98^\circ}{\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 157^\circ \cos 97^\circ}. \end{array}$$

Задание №2

Упростите выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{\cos(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)} + & \text{а) } \frac{\sin(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)} + \\ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(2\pi - \beta)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)}; & \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(2\pi + \beta)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)}; \\ \text{б) } \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + & \text{б) } \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) + \\ + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta. & + \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha. \end{array}$$

Задание №3

Докажите тождество:

$$\begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + \\ + (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \cdot \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = 1. \end{array} \quad \begin{array}{l} \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) = \\ = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta. \end{array}$$

Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение

Задание №1

Найдите значение выражения, используя представление тригонометрических выражений в виде

а) произведения:

$$\frac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 12^\circ};$$

$$\frac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\sin 31^\circ};$$

б) суммы:

$$\sin 105^\circ \sin 15^\circ.$$

$$\cos 75^\circ \cos 15^\circ.$$

Задание №2

Упростите выражения:

$$\text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right); \quad \text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right);$$

$$\text{б) } 2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - 1 + 2\sin^2\beta. \quad \text{б) } 2\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) + 2\cos^2\alpha - 1.$$

Задание №3

Докажите тождество:

$$\frac{2\sin 3\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha} = \frac{1}{4\sin \alpha \cos \alpha}.$$

$$\frac{2\cos 3\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} = \frac{1}{4\sin \alpha \cos \alpha}.$$

Обратные тригонометрические функции

Проверьте: верно ли равенство?

$$1) \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$2) \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3};$$

$$3) \cos \pi = \sqrt{3};$$

$$4) \operatorname{arcsin}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4};$$

$$5) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \sqrt{3};$$

$$6) \operatorname{arccos} \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ;$$

Найдите значение выражения:

$$1) \cos\left(\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad 2) \sin\left(\operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right)$$

Найти $\cos x$, если $\sin x = \frac{-15}{17}$ и $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите $\sin x$ и $\operatorname{tg} x$, если $\cos x = 0,6$ и $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Докажите тождество:

$$\text{а) } \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha = 1 \quad \text{б) } \frac{1 - 2\cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha \quad \text{в) } \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\text{г) } \cos\left(\alpha + \pi\right) = \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \pi\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

Упростите:

- а) $\cos^2 3x - \sin^2 3x$ б) $2 \sin 5x \cos 5x$ в) $\sin 3x \cos 2x + \cos 3x \sin 2x$
г) $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x$ д) $\sin 5y \cos 4y - \cos 5y \sin 4y + \sin y$

5. Вычислите $\frac{\sin 75^\circ + \sin 45^\circ}{\sin 285^\circ}$.

6. Сравните значения выражений:

$$\frac{\sin 20^\circ - \sin 40^\circ}{1 - \cos 20^\circ + \cos 40^\circ} \quad \text{и} \quad \frac{\sin 25^\circ \cos 5^\circ - \cos 25^\circ \sin 5^\circ}{\cos 15^\circ \cos 5^\circ - \sin 15^\circ \sin 5^\circ}.$$

7. Упростите выражение $\cos(\pi - 3x) \cos x + \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ и найдите его значение при $x = \frac{2\pi}{3}$.

8. Укажите наименьшее положительное число x , при котором

$$\sin x^\circ = \sin^2 15^\circ - 2 \cos 15^\circ \sin 15^\circ + \cos^2 15^\circ.$$

9. Вычислите $\sin\left(\arccos \frac{3}{5}\right)$.

10. Вычислите $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$.

Простейшие тригонометрические уравнения

1. Решите уравнения:

- а) $\cos x - 2 = 0$ б) $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$ в) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ г) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = 0$ д) $\cos 2x = 0$
е) $\operatorname{ctg} 2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ж) $3 \operatorname{tg} 4x + \sqrt{3} = 0$ з) $\sin \frac{x}{2} = 1$ и) $3 \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0$ к) $2 \cos 2x - 1 = 0$

2. Решите уравнение, упростив левую часть с помощью тригонометрических тождеств:

- а) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ б) $2 \sin x \cos x = -\sqrt{2}$ в) $\sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x = 0$
г) $\cos 7x - \cos x = 0$

3. Найдите корни уравнения $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$, принадлежащие отрезку $[-2\pi; \pi]$.

4. Найдите корни уравнения $2 \cos x - 1 = 0$, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

5. Решите уравнения, используя формулы приведения:

- а) $\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1$ б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 1.4. Функции, их свойства и графики

Кол-во часов: 11 часов

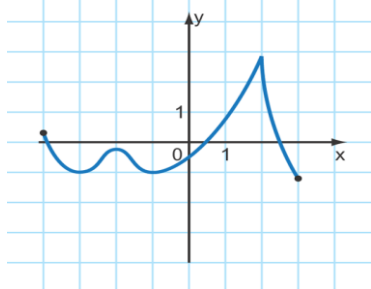
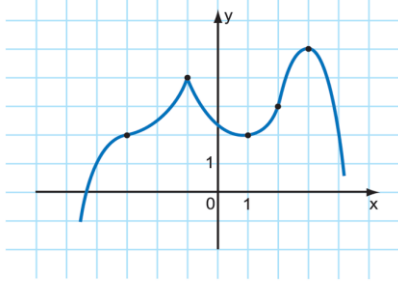
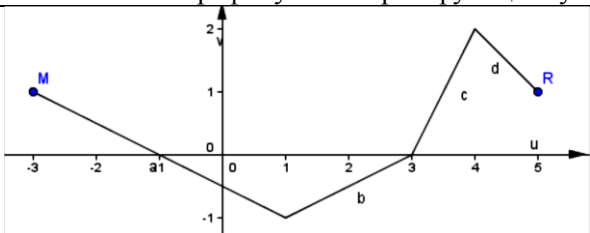
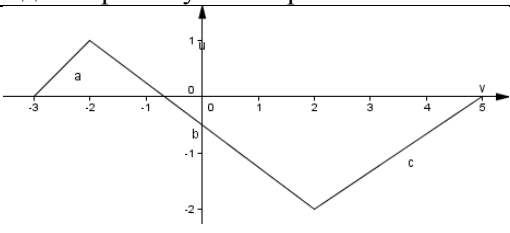
Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

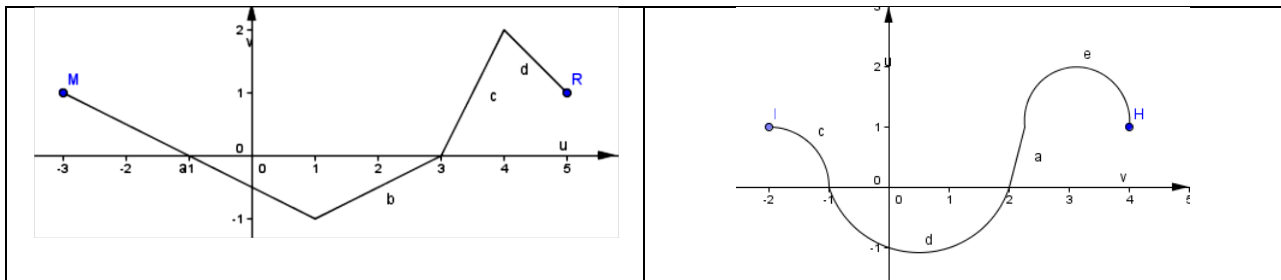
Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть решение задач на функциональную зависимость в реальных процессах и явлениях;
2. Изучить способы задания функции, понятие частного значения функции;
3. Выполнить арифметические операции над функциями.

Упражнения:

Вариант 1	Вариант 2
Задание №1	
<p>Найдите по рисунку: область определения функции; область значений функции; нули функции; наибольшее и наименьшее значения функции; точки экстремумов функции; промежутки убывания и возрастания функции; значения x, при которых $f(x) < 0$, значения x, при которых $f(x) = 2$.</p>	
	
Задание №2	
Найти область определения функции:	
$y = \sqrt{16 - x^2}$ $y = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} - 2$	$y = \sqrt{81 - x^2}$ $y = \frac{5x - 6}{\sqrt{x-2} - 4}$
Задание №3	
По графику некоторой функции $y = f(x)$ найдите промежутки возрастания:	
	
Задание №4	
Найдите промежутки, на которых $y > 0$ и $y < 0$	



Задание №5

Найти нули функции

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 15}}{25 - x^2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{9 - x^2}$$

Задание №6

Дана функция $f(x) = x^3 + 5x - a$.
Известно, что $f(2) = 15$. Найдите $f(-1)$.

Дана функция $f(x) = x^3 - 2ax + 8$.
Известно, что $f(1) = 5$. Найдите $f(-2)$.

Постройте в одной системе координат графики четырех функций с помощью моделирования:

а) $y = 2^x$; $y = 2^{x+3}$; $y = 2^x - 4$; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

б) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$; $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$; $y = 3^x$

Постройте график функции:

а) $y = \log_2 x$; б) $y = \ln x$; в) $y = \lg x$; г) $y = e^x$

Решите уравнение графическим способом:

а) $2^x = 8$; б) $2^x = 7$; в) $2^x = -3$; г) $\log_4 x = 0$; д) $\log_3 \left(\left(\frac{1}{2} \right)^x + 1 \right) = 2$; е) $\log_{\frac{1}{2}} x = -1$;

ж) $x + 3 = 4^x$; з) $3^x = 11 - x$.

Вариант №1

1. Укажите график функции, заданной формулой $y = 0,5^x$ (рисунок 59).

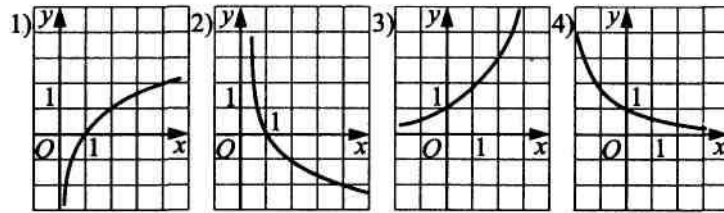


Рис. 59.

2. На рисунке 60 изображён график функции $y = f(x)$. Укажите промежуток, на котором функция $f(x)$ монотонна.

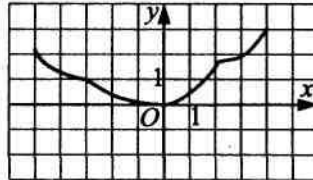


Рис. 60.

- 1) $[-4; 2)$ 2) $[-3; 1)$ 3) $[1; 3)$ 4) $(-1; 2)$

3. Функция $y = f(x)$ задана графиком на промежутке $[-5; 5]$ (рисунок 61). Укажите количество точек минимума этой функции.

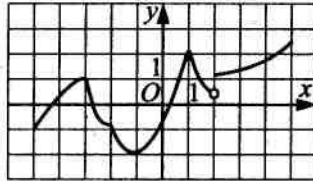


Рис. 61.

- 1) 1 2) 4 3) 3 4) 2

Вариант №2

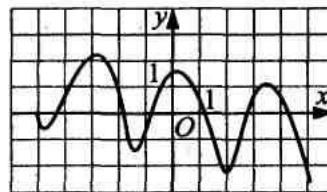
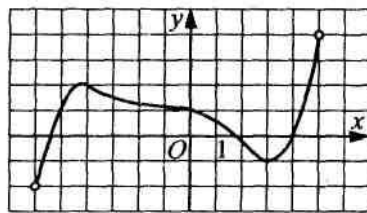
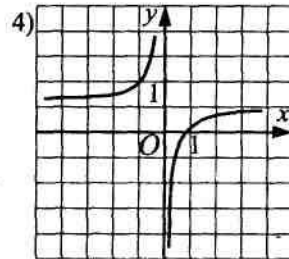
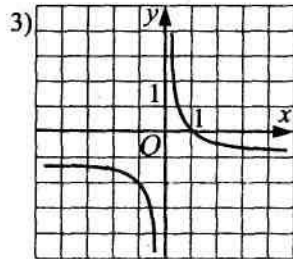
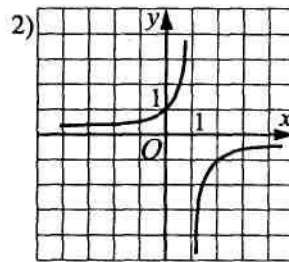
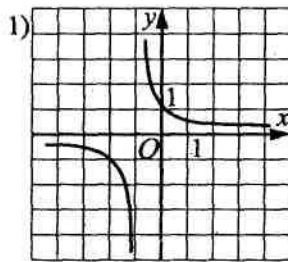
1. Укажите график функции, заданной формулой $y = \frac{x-1}{x}$ (рисунок 65, с. 57).

2. Укажите промежуток, на котором функция не возрастает (рисунок 66, с. 57).

- 1) $(-5; 2)$ 2) $(3,5; 4,7)$ 3) $(-4; 3)$ 4) $(0; 4)$

3. Укажите количество точек минимума функции, заданной графиком на рисунке 67 (с. 58).

- 1) 5 2) 4 3) 3 4) 0

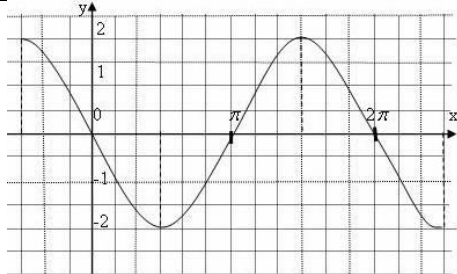
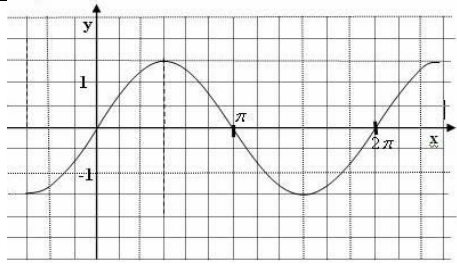


Преобразования графиков функций $y=\cos x$ и $y=\sin x$

Выбрать правильный вариант ответа:

$y = \sin 2x$	$y = \cos 2x$
$y = 2\sin x$	$y = 2\cos x$
$y = \frac{1}{2} \sin x$	$y = \frac{1}{2} \cos x$
$y = \sin \frac{x}{2}$	$y = \cos \frac{x}{2}$

$y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$	$y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
$y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$	$y = \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$
$y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
$y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$	$y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$

	
$y = -\sin 2x$	$y = -\sin 1,5x$
$y = 2\sin x$	$y = 1,5\sin x$
$y = -2\sin x$	$y = -1,5\cos x$
$y = \sin \frac{x}{2}$	$y = \cos \frac{x}{2}$

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Раздел 2. Начала математического анализа

Тема 2.1. Уравнения и неравенства

Кол-во часов: 19 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть решение рациональных уравнений;
2. Рассмотреть решение рациональных неравенств;
3. Рассмотреть графическое решение неравенств;
4. Рассмотреть решение систем показательных уравнений;
5. Рассмотреть решение систем логарифмических уравнений;
6. Рассмотреть решение смешанных задач.

Упражнения:

Рациональные уравнения и неравенства

Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения:

$$\sqrt{2x^2 - x - 5} + x = 1.$$

- 1) $[-; 3]$ 2) $[-3; -2]$ 3) $[-2; -3]$ 4) $[-; 3]$

Пусть $(x_0; y_0)$ - решение системы $\begin{cases} \sqrt{x-3} = y \\ |x-3| - y = 2 \end{cases}$

Найдите сумму $x_0 + y_0$.

Решите неравенство:

а) $\frac{x+6}{(5x+10)(x-6)} \geq 0$; б) $\frac{2}{x} - 10 \geq 0$.

Вычислите сумму всех натуральных решений неравенства:

$$\frac{x-2}{(x-5)(3x-12)} \leq 0.$$

Определите число целых решений неравенства:

$$\frac{6-x}{3x-9} \geq 0.$$

Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 13x + 22 < 0 \\ x^2 - 13x + 30 > 0 \end{cases}$$

Укажите абсциссы точек пересечения графиков функций:

$$y = x^2 - 5x + 6 \text{ и } y = 4(x-2)\sqrt{x}.$$

Найдите произведение $x \cdot y$ у решений системы:

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{3x-2}{4} = x+y \\ 4y-5x=18 \end{cases}$$

Какому промежутку принадлежит сумма корней или корень (если он единственный) уравнения

$$\sqrt{3x+1} = x-2?$$

Вариант 1

Решите уравнение:

1) $3(x-2) - 5 = 4 - (5x-1)$;

2) $\frac{3x+1}{5} = 2 - \frac{4(x-3)}{15}$;

3) $\frac{6x-x^2-6}{x-1} - \frac{2x-3}{x-1} = 1$;

4) $|2x-3| = 5$

Решите неравенство:

1) $\frac{5x-2}{3} - \frac{3-x}{2} > 1$;

2) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$;

3) $x^2 + 5x + 4 \geq 0$.

Вариант 2

Решите уравнение:

1) $7 - 2(3-x) = 4(x-1) + 5$;

2) $1 - \frac{x-3}{2} = x - \frac{3(5-2x)}{7}$;

3) $\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$;

4) $|4-3x| = 2$

2. Решите неравенство:

1) $3 + \frac{2-3x}{4} < 2x$;

2) $\frac{x-2}{(x-3)(x-5)} < 0$;

3) $x^2 - 5x - 6 \geq 0$.

Иррациональные уравнения

Вариант 1

Решите уравнение:

- 1) $\sqrt{x+1} = 3$;
- 2) $\sqrt{x+3} = \sqrt{5-x}$;
- 3) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$;
- 4) $\sqrt{15+x} + \sqrt{3+x} = 6$;
- 5) $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}$;
- 6) $\sqrt{4x+2} + \sqrt{3x^2+4} = x+2$.

Вариант 2

Решите уравнение:

- 1) $\sqrt{x^2 - 5} = 2$;
- 2) $\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1}$;
- 3) $\sqrt{2x+3} = -3-2x$;
- 4) $\sqrt{3-2x} - \sqrt{1-x} = 1$;
- 5) $\sqrt{7x+1} - \sqrt{6-x} = \sqrt{15+2x}$;
- 6) $\sqrt{9 - \sqrt{36x^2 - 5x^4}} = 3 - x$.

Решите квадратные уравнения:

- а) $x^2 = 25$ б) $5y^2 - 125y = 0$ в) $0,04m^2 - 0,64 = 0$ г) $x^2 - 0,9x - 6,3 = 0$

Решите квадратные уравнения, используя теорему Виета:

- а) $x^2 - 4x + 3 = 0$ б) $x^2 - 10x - 24 = 0$ в) $x^2 + 5x + 6 = 0$ г) $x^2 + 7x + 6 = 0$

Решите иррациональное уравнение:

- а) $\sqrt{8-6x-x^2} = x+6$ б) $\sqrt{2x^2-3x+1} - \sqrt{x^2-3x+2} = 0$ в) $2\sqrt{x+5} = x+2$

Решите неравенство методом интервалов:

- а) $\frac{2x-3}{x+4} \geq 0$ б) $x^2 \leq 49$ в) $3x^2 - 8x > 0$ г) $5x^2 - 7x + 2 < 0$

Решите графически системы уравнений и проверьте решение способом подстановки:

- а) $\begin{cases} x^2 + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = 6 \\ y = 2x \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ y = -x^2 + 4 \end{cases}$

Найдите координаты общих точек графиков функций:

$$y = \frac{1}{2}x + 5 \text{ и } y = \sqrt{1-2x}$$

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x+3y+6} = 2 \\ \sqrt{2x-y+2} = 1 \end{cases}$$

Найдите область определения функции:

$$\text{a) } y = \frac{2x+5}{3-6x} \quad \text{б) } y = \sqrt{x^2 - 4x - 12} \quad \text{в) } y = \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$$

Решите иррациональное неравенство аналитическим и графическим способом:

$$\text{a) } \sqrt{x-3} \leq 2-x \quad \text{б) } \sqrt{x-3} \geq x-5$$

Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств

Найдите область определения функции:

$$\text{a) } y = \sqrt[4]{1-7^{x^2} \cdot 49^x} \quad \text{б) } y = \sqrt{4^{3x-1} - \frac{1}{4}}$$

Решите систему уравнений и найдите разность $y_0 - x_0$, если $(x_0; y_0)$ - ее решение:

$$\text{a) } \begin{cases} x+2y=3 \\ 4^{x-2,5} \\ \frac{4^{3y}}{4^{3y}}=2 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y=81 \cdot 3^x \\ y=|x+2|-1 \end{cases}$$

Вычислите, используя основные логарифмические свойства:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3\lg 5 + \frac{1}{2}\lg 64; & \quad \text{б) } \frac{\lg 81 + \lg 64}{2\lg 3 + 3\lg 2}; & \quad \text{в) } \lg_{\frac{1}{3}} 6 + \lg_{\frac{1}{3}} 5 - \lg_{\frac{1}{3}} 10; \\ \text{г) } \log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}; & \quad \text{д) } \log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10; & \quad \text{е) } \frac{\log_7 98 - \log_7 14}{7} \end{aligned}$$

Найдите значение выражения:

$$\text{a) } \log_3 a, \text{ если } \log_3 a = 0,3;$$

$$\text{б) } \log_6 \frac{36}{k}, \text{ если } \log_6 k = -6.$$

Решите уравнение:

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_2 x + \log_2 (x-3) &= 2; & \text{б) } \lg(x-3) + \lg(x-1) &= \lg 7 + \lg 3; & \text{в) } \log_4^2 x - 5\log_4 x + 4 &= 0 \\ \text{г) } \log_{\frac{1}{2}}^2 x + 2\log_{\frac{1}{2}} x - 3 &= 0; & \text{д) } \log_4 x - \log_4 (x-6) &= 2; & \text{е) } \log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x &= 14. \end{aligned}$$

Решите неравенство:

$$\text{a) } \log_3 (x-5) > -1; \quad \text{б) } \log_2 (x-1) \geq 3; \quad \text{в) } \log_{\frac{1}{5}} (x+4) < -1.$$

Решите неравенство:

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{2}} (x-x) < 2; \quad \text{б) } \log_{0,8} (0,25 - 0,1x) > -1$$

Найдите область определения функции:

$$\text{a) } y = \ln(x^2 - 3); \quad \text{б) } y = \log_{\pi}(x^2 - 4x); \quad \text{в) } y = \log_{0,2} \frac{6-x}{6+2x}.$$

Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$\ln(x+4) - \ln(x+3) = \ln 3.$$

Варианты ответов: 1) $(3;1)$ 2) $(-\infty;-3)$ 3) $(-\infty;+\infty)$ 4) $(2;4)$

Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) = 15.$$

Варианты ответов: 1) $(3;2)$ 2) $(5;)$ 3) $(8;)$ 4) $(11;)$

Решите уравнение:

а) $\frac{1}{2} \log_5 (x+3) = \log_{25} 7$ б) $2 \log_3 2 - \log_3 (x-1) = 1 + \log_3 5$ в) $\log_{\sqrt{x}} (x+2) = 4$
г) $\log_5 (x^2 - 3x + 1) = \log_5 (x-3)$ д) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 5,5$

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3-2x}{1-x} \geq -1$.

Решите неравенство:

а) $\log_{x+3} (x^2 - x) < 1$ б) $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x) \geq -1$

Решите уравнение:

$$\sqrt{10 + \frac{1}{\log_x 2}} = 2 \log_2 (5\sqrt{x})$$

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_{0,9} (y - 3x + 1) = 0 \\ 0,5 \log_2 (y - x - 1,5) + \log_4 (x) = 0 \end{cases}$$

Вариант 1

Решите уравнение:

- 1) $5^x = 125$;
- 2) $2^x + 2^{x+3} = 9$;
- 3) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$;
- 4) $128 \cdot 16^{2x+1} = 8^{3-2x}$;
- 5) $\log_2 (2x+1) = 2$;
- 6) $\log_2 x + \log_2 (x+2) = 3$;
- 7) $\lg^2 x - 3 \lg x + 2 = 0$.

Решите неравенство:

- 1) $9 \cdot 3^{x-1} + 3^x < 36$;
- 2) $\log_2 (2x+1) > \log_2 (4-x)$.

Вариант 2

Решите уравнение:

- 1) $2^x = 32$;
- 2) $3^x + 3^{x+3} = 4$;
- 3) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$;
- 4) $243 \cdot 81^{-3x+2} = 27^{x+3}$
- 5) $\log_{\frac{1}{2}} (3x-5) = -1$;
- 6) $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$;
- 7) $\lg^2 x - 2 \lg x - 3 = 0$.

Решите неравенство:

- 1) $10 \cdot 5^{x-1} + 5^{x+1} < 7$
- 2) $\log_3 (5x-1) > \log_3 (2-3x)$.

Тригонометрические уравнения:

Решите уравнение, сделав подстановку:

a) $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$ б) $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$ в) $2 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x = 5$

Решите уравнение, разложив на множители левую часть:

a) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ б) $5 \sin x + 3 \sin 2x = 0$ в) $3 \cos x - \sin 2x = 0$

Решите уравнения, используя однородность:

a) $\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$ б) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ в) $0,5 \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$

Решите уравнения с использованием формул преобразования суммы и разности синусов и косинусов в произведение:

a) $\cos 5x - \cos 3x = 0$ б) $\sin 7x - \sin x = 0$ в) $\cos x \cos 5x = \cos 3x \cos 7x$

Определите число корней уравнения:

$$\operatorname{tg} 4x \sin 8x + \cos 8x - \cos 16x = 0$$

Найдите сумму корней уравнения

$$4 \sin^2 5\pi x \cdot \cos^2 5\pi x + \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} - 10\pi x \right) = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} + 5\pi x \right)}{\cos \left(\frac{3\pi}{2} - 5\pi x \right)} + \cos \frac{3\pi x}{2},$$

принадлежащие отрезку $\left[1; 3 \right]$.

Решите уравнение:

$$|\sin x| = \sin x \cos x.$$

Решите уравнение:

$$7 \operatorname{tg} x + \cos^2 x + 3 \sin 2x = 1.$$

Вариант 1

Решите уравнение:

1. $\sin x = \frac{1}{2}$;

1. $2 \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$;

3. $3 \sin^2 - 5 \sin x - 2 = 0$;

4. $6 \sin^2 x - \cos x + 6 = 0$;

5.* $3 \sin^2 x + \sin x \cos x = 2 \cos^2 x$;

6.* $2 \cos 3x = 3 \sin x + \cos x$;

7.* $\sin 2x + \cos 2x = 2 \operatorname{tg} x + 1$.

Вариант 2

Решите уравнение:

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

2. $2 \sin 2x + 1 = 0$;

3. $6 \cos^2 + \cos x - 1 = 0$;

4. $8 \cos^2 x - 12 \sin x + 7 = 0$;

5.* $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$;

6.* $\cos 3x - \cos 2x = \sin 3x$;

$$7.* \sin 2x - \cos 2x = \operatorname{tg} x.$$

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление

Кол-во часов: 11 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть понятие частного значения производной;
2. Рассмотреть приложение производной к решению физических задач;
3. Разобрать понятие дифференциала;
4. Рассмотреть решение задач нахождение скорости для процессов, заданных формулой или графиком;
5. Изучить понятие второй производной.

Упражнения:

Производная и её применение

Вариант №1

Производная функции $y = x^4 + \sin x$ равна:

1. $y' = x^3 + \cos x$
2. $y' = 4x^3 - \cos x$
3. $y' = 4x^3 + \cos x$
4. $y' = x^3 - \cos x$

Тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = 2x^2$ в точке $x_0 = -0,5$ равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) -2; 4) -4;

Уравнение касательной к графику функции:

$f(x) = x^2 - 3x - 2$ в точке $x_0 = 2$ имеет вид...

1. $y = 2x - 6$
2. $y = x - 6$
3. $y = -4x - 2$
4. $y = 2x - 2$

Сколько интервалов убывания имеет функция:

$f(x) = x^3 - 2x$

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) ни одного;

Точкой максимума функции $f(x) = 14x^3 + 81x^2 - 24x - 2$ является:

- 1) $\frac{1}{7}$; 2) -4; 3) 4; 4) $-\frac{1}{7}$

Сколько точек экстремума имеет функция $f(x) = \frac{7}{(x-8)(x-1)}$

Найдите наибольшее значение функции $y = x - \ln(-x)$ на отрезке $[-4; -0,5]$

Решите задачу:

Материальная точка движется по закону $x(t) = 4t^2 + 7t + 1$. Найдите путь, пройденный точкой, когда её скорость стала равной 15.

А) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$, вычислить $y' \left(\frac{\pi}{4} \right)$.

Б) $y = \sin(x-1)$

В) $y = \frac{1}{\cos 2x}$

Г) $y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}$

Вариант 1

А) $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$, вычислить $y' \left(\frac{\pi}{4} \right)$.

Б) $y = \sin(x-1)$

В) $y = \frac{1}{\cos 2x}$

Г) $y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}$

А) $y = 3 \cos^2 2x$, вычислить $y' \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$.

Б) $y = \operatorname{tg} 3x$, вычислить $y' \left(-\frac{\pi}{3} \right)$.

В) $y = \sin x + 0,5 \sin 2x$

Г) $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin(2x+5)$

Вариант 2

А) $y = 3 \cos^2 2x$, вычислить $y' \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$.

Б) $y = \operatorname{tg} 3x$, вычислить $y' \left(-\frac{\pi}{3} \right)$.

В) $y = \sin x + 0,5 \sin 2x$

Г) $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin(2x+5)$

Ответьте на вопросы:

Вопрос № 1

Указать, чему равно приращение функции $y = x^2$ в точке $x_0 = 3$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,1$:

а) 0,61; б) 0,39; в) 0,01; г) 0,03.

Вопрос № 2

Указать, чему равно приращение функции $y = x^3$ в точке $x_0 = 2$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,1$:

а) 0,261; б) 0,41; в) 0,001; г) 0,002.

Вопрос № 3

Указать, чему равно приращение функции $y = x^4$ в точке $x_0 = 1$, соответствующее приращению аргумента $\Delta x = 0,1$:

а) 0,1; б) 0,01; в) 0,001; г) 0,0001.

Вопрос № 4

Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:

а) функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда непрерывна в ней; б) если функция непрерывна в точке, то она дифференцируема в ней; в) если функция дифференцируема в точке, то она непрерывна в ней; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 5

Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:

а) функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда непрерывна в ней; б) если функция имеет разрыв в точке, то она не дифференцируема в ней; в) если функция не дифференцируема в точке, то она в ней имеет разрыв; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 6

Из данных утверждений выбрать то, которое является верным:

а) если функция дифференцируема в точке, то она непрерывна в ней; б) если функция определена в точке, то она дифференцируема в ней; в) если функция не дифференцируема в точке, то она в ней имеет разрыв; г) функция непрерывна в точке тогда и только тогда, когда дифференцируема в ней.

Вопрос № 7

Производная функции $y = e^{x^2}$ равна:

- а) $y' = e^{x^2}$; б) $y' = 2e^{x^2}$; в) $y' = 2xe^{x^2}$; г) $y' = 2xe^x$.

Вопрос № 8

Производная функции $y = \ln x^2$ равна:

- а) $y' = \frac{1}{x^2}$; б) $y' = \frac{1}{2x}$; в) $y' = \frac{2}{x}$; г) $y' = \frac{2}{x^2}$.

Вопрос № 9

Производная функции $y = \ln^2 x$ равна:

- а) $y' = \frac{1}{x^2}$; б) $y' = 2 \ln x$; в) $y' = \frac{2 \ln x}{x}$; г) $y' = \frac{\ln x}{2x}$.

Вопрос № 10

Производная функции $y = \sin x^2$ равна:

- а) $y' = 2 \sin x \cos x$; б) $y' = 2x \sin x$; в) $y' = 2x + \cos x^2$; г) $y' = 2x \cos x^2$.

Вопрос № 11

Производная функции $y = \sin^2 x$ равна:

- а) $y' = 2 \sin x$; б) $y' = 2 \sin x$; в) $y' = 2 \cos x$; г) $y' = \cos^2 x$.

Вопрос № 12

Производная функции $y = \cos^2 x$ равна:

- а) $y' = 2 \cos x$; б) $y' = -2 \sin x$; в) $y' = -\sin^2 x$; г) $y' = -\sin 2x$.

Вопрос № 13

Вторая производная функции $y = -\frac{1}{x}$ равна:

- а) $y'' = -\frac{1}{x^4}$; б) $y'' = -\frac{6}{x^4}$; в) $y'' = -\frac{3}{x^4}$; г) $y'' = \frac{1}{x^4}$.

Вопрос № 14

Вторая производная функции $y = \frac{1}{e^x}$ равна:

- а) $y'' = -\frac{1}{e^{2x}}$; б) $y'' = \frac{1}{e^x}$; в) $y'' = -\frac{1}{e^x}$; г) $y'' = -\frac{2}{e^x}$.

Вопрос № 15

Вторая производная функции $y = \sin 2x$ равна:

- а) $y'' = 4 \sin 2x$; б) $y'' = -4 \cos 2x$; в) $y'' = -2 \sin 2x$; г) $y'' = -4 \sin 2x$.

Вопрос № 16

Вторая производная функции $y = \ln 2x$ равна:

- а) $y'' = -\frac{1}{x^2}$; б) $y'' = -\frac{2}{x^2}$; в) $y'' = \frac{1}{x^2}$; г) $y'' = \frac{1}{2x^2}$.

Вопрос № 17

Вторая производная функции $y = 2^x$ равна:

а) $y'' = 2^x \ln 2$; б) $y'' = 2 \cdot 2^x \ln 2$; в) $y'' = 2^x \ln^2 2$; г) $y'' = 2^x \ln 4$.

Вопрос № 18

Вторая производная функции $y = (x - 5)^2$ равна:

а) $y'' = 2$; б) $y'' = 2x$; в) $y'' = -2$; г) $y'' = -10$.

Вопрос № 19

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = 3t^2 - 4t - 2$. Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени $t_0 = 2$.

а) 2; б) 4; в) 8; г) 0.

Вопрос № 20

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = -2t^2 + 4t - 2$. Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени $t_0 = 1$.

а) 1; б) 0; в) 2; г) 4.

Вопрос № 21

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = -t^2 + 6t - 2$. Какова будет мгновенная скорость этой точки в момент времени $t_0 = 3$.

а) 0; б) 1; в) 2; г) 4.

Вопрос № 22

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = -2t^2 + 4t - 2$. Каково будет ускорение этой точки в момент времени $t_0 = 1$.

а) 0; б) 1; в) 2; г) -4.

Вопрос № 23

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = 2t^3 + t - 2$. Каково будет ускорение этой точки в момент времени $t_0 = 1$.

а) 0; б) 12; в) 4; г) 6.

Вопрос № 24

Материальная точка движется по следующему закону, выражающему зависимость пути от времени: $s(t) = -t^3 + 2t^2 - 2t$. Каково будет ускорение этой точки в момент времени $t_0 = 1$.

а) -4; б) -3; в) -2; г) 0.

Вопрос № 25

Известно, что для некоторой функции на интервале $(0; \infty)$ установлены следующие свойства: $y > 0, y' > 0, y'' > 0$. Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а) $y = x^3$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $y = \frac{1}{x}$; г) $y = \ln x$.

Вопрос № 26

Известно, что для некоторой функции на интервале $(0; \infty)$ установлены следующие свойства: $y > 0, y' > 0, y'' < 0$. Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а) $y = x^3$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $y = \frac{1}{x}$; г) $y = \ln x$.

Вопрос № 27

Известно, что для некоторой функции на интервале $(0; \infty)$ установлены следующие свойства: $y > 0, y' < 0, y'' > 0$. Какая из перечисленных элементарных функций удовлетворяет всем этим условиям:

а) $y = x^3$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $y = \frac{1}{x}$; г) $y = \ln x$.

Вопрос № 28

Указать, чему равно наибольшее значение функции $y = \sqrt{x^2 - 1}$ на отрезке $[-3; 3]$:

а) $2\sqrt{2}$; б) $\sqrt{2}$; в) 4; г) 8.

Вопрос № 29

Указать, чему равно наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x^2}$ на отрезке $[-3; 3]$:

а) 1; б) 3; в) 4; г) 6.

Вопрос № 30

Указать, чему равно наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$:

а) 0; б) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; в) 1; г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 2.3. Интегральное исчисление

Кол-во часов: 8 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть решение задач на применение интеграла в физике и математике;
2. Рассмотреть применение интеграла к вычислению площадей фигур

Упражнения:

Непосредственное интегрирование

Вычислить неопределенный интеграл, используя метод непосредственного интегрирования

$\int \left(6x^2 - 4x + 1 - \frac{3}{x} \right) dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$	$\int \left(x^7 + \sqrt[3]{x} - \frac{5}{\sqrt{x}} \right) dx$
$\int \left(2x^3 - \frac{1}{2\sqrt{3x}} \right) dx$	$\int x^{11} dx$	$\int \left(\frac{x}{5} + \frac{4}{1+x^2} - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$
$\int \left(\frac{7}{1+\delta^2} - \frac{4}{\sqrt{1-\delta^2}} + \delta^{\delta} \right) dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$	$\int \left(\frac{4}{x} + x^5 - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$
$\int \left(e^x - 4^x \right) dx$	$\int \sqrt[5]{x^4} dx$	$\int \left(x^5 + \sqrt[3]{x} - \frac{5}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx$
$\int \left(3^x - \frac{2}{1+x^2} \right) dx$	$\int \frac{3dx}{\sqrt[4]{3x+5}}$	$\int \left(\frac{5}{\sin^2 x} - \frac{8}{\cos^2 x} \right) dx$
$\int \left(e^x + x \right) dx$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$	$\int (2 \cos x - 5x^4) dx$
$\int \left(x^2 - 3x \right) dx$	$\int \left(e + 3b \right) x^4 dx$	$\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \right) dx$
$\int \left(e^3 - \sqrt[3]{x^2} + e^x \right) dx$	$\int \frac{4}{5\sqrt{1-x^2}} dx$	$\int \left(-2x + 3x^2 \right) dx$
$\int \left(\frac{2a}{\sin^2 x} - \frac{3b}{\cos^2 x} \right) dx$	$\int \left(e + 3b \right) x^2 dx$	$\int \left(\frac{4}{\sin^2 x} - \sin x + \frac{4}{1+x^2} \right) dx$
$\int \left(\frac{3a}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{2b}{1+x^2} \right) dx$	$\int \frac{dx}{(x-4)^3}$	$\int \left(\cos \frac{x}{3} - \sin 3x \right) dx$
$\int \left(e^3 - \sqrt[3]{x^2} + e^{3x} \right) dx$	$\int \left(e + b \right) \sqrt{x} dx$	$\int 2^{-x} dx$
$\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos 3x \right) dx$	$\int \frac{dx}{3x+1}$	$\int 2^x dx$
$\int \left(\frac{4}{1+x^2} + \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$	$\int \frac{5dx}{\cos^2 x}$	$\int \sin(2x-4) dx$
$\int \left(\frac{3}{\cos^2 x} - \frac{4}{\sin^2 x} \right) dx$	$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x} dx$	$\int 3 \sin x dx$
$\int \left(2x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x^3}} + \sqrt{2} \right) dx$	$\int \frac{2+x}{\sqrt{x}} dx$	$\int \cos x dx$
$\int \left(\frac{5}{\sin^2 x} + \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$	$\int \frac{5 - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{e\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
$\int \left(5 - \frac{3}{\cos^2 x} + 2x^3 \right) dx$	$\int \frac{x\sqrt{x} - x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}} dx$	$\int \left(e^x + 5^x - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$
$\int \left(e^x - 3e^x \right) dx$	$\int \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt[3]{x}} dx$	$\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 9}$
$\int \left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} + e \right) dx$	$\int \frac{5dx}{1+3x^2}$	$\int \left(e^{3x} + x^2 - \frac{2}{x} \right) dx$

Первообразная. Неопределенный интеграл

Вариант 1	Вариант 2
1. Докажите, что функция $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$ на заданном промежутке, если $F(x) = 2x^5$, $f(x) = 10x^4$, $(-\infty; \infty)$ 2. Найти неопределенные интегралы. 1) $\int (x^3 + 2x) dx$ 2) $\int \sqrt{x} dx$	1. Для функции $y = \sqrt{x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(9; 10)$ 2. Найти неопределенные интегралы. 1) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ 2) $\int \frac{dx}{x}$
Вариант 3	Вариант 4
1. Найдите общий вид первообразных для функций: а) $y = 3x^2 - 4x$ б) $y = 1 - \cos 3x$ 2. Найти неопределенные интегралы. 1) $\int (2x + 3) dx$ 2) $\int \frac{dx}{x}$	1. Найдите общий вид первообразных для функций: а) $y = x^3 - 4x$ б) $y = 9 + \sqrt{6x}$ 2. Найти неопределенные интегралы. 1) $\int e^{5x} dx$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x}}$

Определенный интеграл

Вариант 1	Вариант 2
а) $\int_1^2 4x^3 dx$ б) $\int_{-1}^1 (x^3 + 3^x) dx$	а) $\int_{-4}^0 \sqrt{2x+9} dx$ б) $\int_0^1 \frac{dx}{x+2}$
Вариант 3	Вариант 4
а) $\int_1^5 \frac{dx}{x}$ б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \sin x dx$	а) $\int_{\frac{1}{2}}^3 (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ б) $\int_0^2 3x^4 dx$
Вариант 5	Вариант 6
а) $\int_0^1 3x^5 dx$ б) $\int_4^5 \frac{3dx}{2\sqrt{x}}$	а) $\int_0^1 3x^5 dx$ б) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{4dx}{\sin^2 x}$
Вариант 7	Вариант 8
а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx$ б) $\int_1^2 (x + 3) dx$	а) $\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ б) $\int_1^7 \frac{dx}{x}$

Площадь криволинейной трапеции

Задание 1.1

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $x = 4$

Задание 1.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$, $x = 1$, $y = 8 - x^3$.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Раздел 3. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

Тема 3.1. Элементы комбинаторики

Кол-во часов: 6 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть понятие: повторение испытаний;
2. Изучить формулу Бернулли.

Упражнения:

1. Найти значения выражений:

$$5!$$

$$\frac{6!}{4!}$$

$$\frac{3!}{4!} \cdot 4$$

$$3! + 2!$$

$$P_4 - 3$$

$$A_5^2$$

$$C_5^2$$

$$C_5^2 + C_5^5$$

2. Упростить

$$\frac{m!}{(m-1)!}$$

$$\frac{m!}{(m+2)!}$$

$$\frac{m!}{(m+2)!}$$

3. Решить задачи:

№1. Сколькими способами можно выбрать пять человек на пять должностей из восьми кандидатов?

№2. Сколько существует способов рассадить 10 гостей по десяти местам за праздничным столом?

№3. Сколькими способами можно разделить группу в 12 человек так, что бы в одной группе было пять человек, а в другой 7?

№4. Сколько элементов необходимо взять, чтобы число перестановок из этих элементов было равно 120?

№5. Сколько элементов необходимо взять, чтобы число перестановок из этих элементов не превышало 200?

№6. В меню указано 5 закусок, 3 первых блюда, 4 вторых и 3 десерта. Каким числом способов можно заказать обед из 4 блюд?

№7. Автомобильный номер состоит из 3 букв и 3 цифр. Используются 20 букв и все 10 цифр. Номер, имеющий все три нуля, так же допустим. Сколько можно изготовить таких номеров.

№8. Сколько существует анаграмм для слова *катер*?

№9. На плоскости отмечено 6 точек, причём ни какие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколько различных отрезков можно построить, соединяя эти точки попарно?

№10. Какова вероятность того, что при изъятии 1 карты из колоды в 36 листов игрок вынет туза.

- №11. В лотерее участвуют 100 билетов, 4 из них выигрышные. Какова вероятность того, что взятый билет выигрышный?
- №12. Из урны, в которой находится 5 белых и 3 чёрных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется чёрным.
- №13. Из урны, в которой находится 12 белых и 8 чёрных шаров вынимают наудачу 2 шара. Какова вероятность того что оба шара окажутся чёрными?
- № 14. В коробке лежат три белых и 4 чёрных шара. Наугад выбирают два шара. Найти вероятность того, что вынутые шары разного цвета.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 3.2. Элементы теории вероятности

Кол-во часов: 2 часа

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Изучить формулу полной вероятности Байеса

Упражнения:

Задача 1

Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых и 7 черных шаров, во второй – только белые и в третьей – только черные шары. Наудачу выбирается одна урна и из неё наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что этот шар чёрный?

Задача 2

В тире имеются 5 различных по точности боя винтовок. Вероятности попадания в мишень для данного стрелка соответственно равны $0,5; 0,55; 0,7; 0,75$ и $0,4$. Чему равна вероятность попадания в мишень, если стрелок делает один выстрел из случайно выбранной винтовки?

Задача 3

В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна $0,95$; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна $0,7$. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок производит один выстрел из наудачу взятой винтовки.

Задача 4

Двигатель работает в трёх режимах: нормальном, форсированном и на холостом ходу. В режиме холостого хода вероятность его выхода из строя равна $0,05$, при нормальном режиме работы – $0,1$, а при форсированном – $0,7$. 70% времени двигатель работает в нормальном режиме, а 20% – в форсированном. Какова вероятность выхода из строя двигателя во время работы?

Задача 5

На склад поступило 2 партии изделий: первая – 4000 штук, вторая – 6000 штук. Средний процент нестандартных изделий в первой партии составляет 20% , а во второй – 10% . Наудачу взятое со склада изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно: а) из первой партии, б) из второй партии.

Задача 6

На склад поступило 2 партии изделий: первая – 4000 штук, вторая – 6000 штук. Средний процент нестандартных изделий в первой партии 20%, во второй – 10%. Наудачу взятое со склада изделие оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что оно: а) из первой партии, б) из второй партии.

Задача 7

Электролампы изготавливаются на трех заводах. 1-ый завод производит 30% общего количества ламп, 2-й – 55%, а 3-й – остальную часть. Продукция 1-го завода содержит 1% бракованных ламп, 2-го – 1,5%, 3-го – 2%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Купленная лампа оказалась с браком. Какова вероятность того, что она произведена 2-м заводом?

Задача 8

В студенческой группе 3 человека имеют высокий уровень подготовки, 19 человек – средний и 3 – низкий. Вероятности успешной сдачи экзамена для данных студентов соответственно равны: 0,95; 0,7 и 0,4. Известно, что некоторый студент сдал экзамен. Какова вероятность того, что:

- а) он был подготовлен очень хорошо;
- б) был подготовлен средне;
- в) был подготовлен плохо.

Задача 9

Три цеха завода производят однотипные детали, которые поступают на сборку в общий контейнер. Известно, что первый цех производит в 2 раза больше деталей, чем второй цех, и в 4 раза больше третьего цеха. В первом цехе брак составляет 12%, во втором – 8%, в третьем – 4%. Для контроля из контейнера берется одна деталь. Какова вероятность того, что она окажется бракованной? Какова вероятность того, что извлеченную бракованную деталь выпустил 3-й цех?

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 3.3. Элементы статистики

Кол-во часов: 4 часа

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть понятие о задачах математической статистики;
2. Рассмотреть решение практических задач с применением вероятностных методов

Упражнения:

Задача №1.

За семь месяцев предприятие получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 3, 2, 4, 3, 5, 4. Найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию.

Задача №2.

По данным предыдущей задачи, рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайных величин, постройте эмпирическую функцию распределения прибыли, оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.5 и оцените. по графику медиану.

Задача №3.

За 6 месяцев работы сборочной автоматизированной линии получены такие данные по количеству аварий за каждый месяц работы: 2, 2, 2, 1, 4. Найдите наиболее

доброкачественную точечную оценку числа ежемесячных аварий. Какими свойствами должна обладать эта оценка? Найдите вероятность того, что за седьмой месяц произойдет 3 аварии.

Задача №4.

За десять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5, 4, 5, 7, 3, 3. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и показатели колеблемости / вариации для прибыли по выборке. Является ли выборка однородной?

Задача №5.

По данным предыдущей задачи постройте эмпирическую функцию распределения прибыли (кумуляту) и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 1.25. Найдите с помощью соответствующего графика медиану.

Задача №6.

Ежедневный доход казино «Версаль» составил за 7 дней ряд значений: 2, 3, 4, 1, 5, 6, 2 (в условных единицах). Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочную среднюю и выборочную дисперсию дохода казино.

Задача №7.

По данным предыдущей задачи построить эмпирическую функцию распределения дохода казино и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.8. Найдите на графике моду.

Задача №8.

За десять дней работы малое предприятие «Дюймовочка» получало дневную прибыль (в у.е.): 4, 5, 8, 5, 9, 3, 4, 3, 3, 3. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и все меры колеблемости / вариации выборки. Является ли выборка однородной?

Задача №9.

По данным предыдущей задачи постройте эмпирическую функцию распределения прибыли (кумуляту) и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 1.1. Найдите с помощью соответствующего графика медиану.

Задача №10.

За семь месяцев предприятие получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 3, 3, 4, 4, 6, 5, 6. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию прибыли.

Задача №11.

По данным предыдущей задачи построить эмпирическую функцию распределения прибыли и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.6. Найдите на графике медиану.

Задача №12.

Ежедневный доход казино «Версаль» составил за 7 дней ряд: 2, 3, 4, 1, 5, 6, 2 (в условных единицах). Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочную среднюю и выборочную дисперсию дохода.

Задача №13.

По данным предыдущей задачи построить эмпирическую функцию распределения дохода казино и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.6. Найдите на графике моду.

Задача №14.

За семь месяцев предприятие получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 3, 3, 4, 4, 6, 5, 6. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию прибыли.

Задача №15.

По данным предыдущей задачи построить эмпирическую функцию распределения прибыли и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.6. Найдите на графике медиану.

Задача №16.

За десять месяцев предприятие получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 3; 5; 2; 3; 3; 5; 4; 6; 4; 6. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и все меры колеблемости / вариации выборки. Является ли выборка однородной?

Задача №17.

По данным предыдущей задачи построить эмпирическую функцию распределения прибыли (кумуляту) и оценку гистограммы плотности распределения с шагом 0.8. Найдите с помощью соответствующего графика медиану.

Задача №18.

За десять месяцев работы малое предприятие «Семь гномов» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 3, 3, 5, 6, 7, 3, 4, 4, 6, 6. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите выборочное среднее и все меры колеблемости / вариации выборки. Является ли выборка однородной?

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Раздел 4. Геометрия

Тема 4.1. Прямые и плоскости в пространстве

Кол-во часов: 11 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

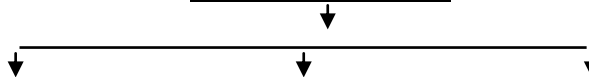
Виды заданий:

1. Разобрать основные понятия стереометрии;
2. Изучить аксиомы стереометрии;
3. Изучить следствия из аксиом

Упражнения:

Заполните кластер:

1. Основные фигуры.

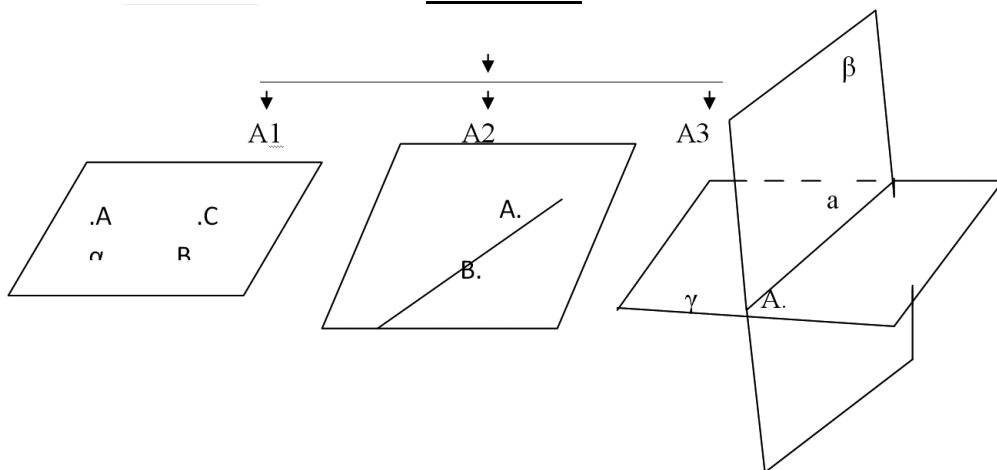


а) название:

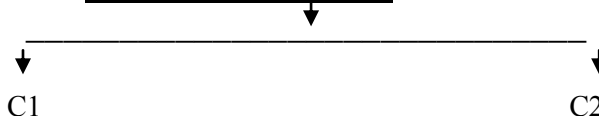
б) изображение:

в) обозначение:

2. Аксиомы.

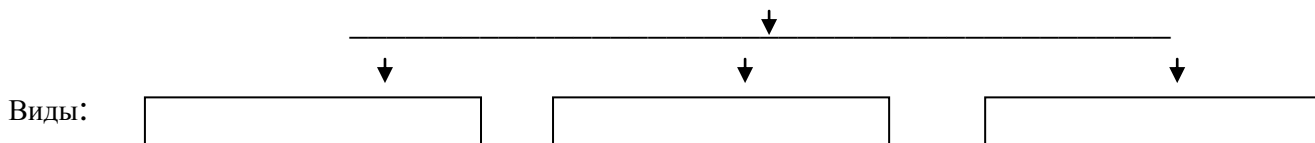


3. Следствия из аксиом.

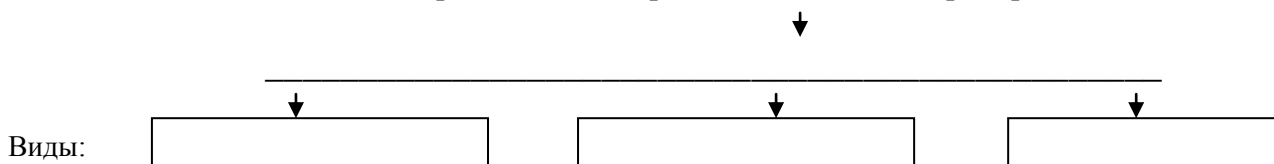


- 1) формулировка:
- 2) чертеж:
- 3) условие теоремы:
- 4) заключение теоремы:

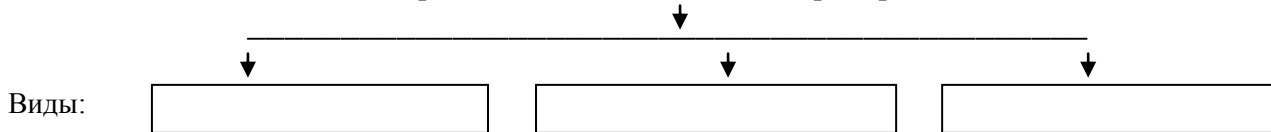
4. Взаимное расположение прямых в пространстве.



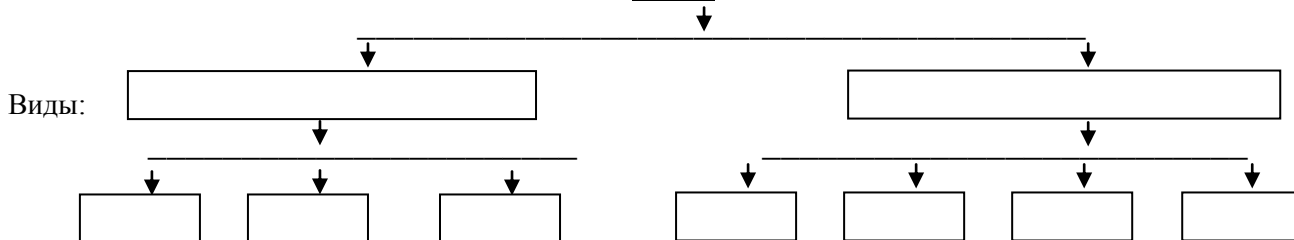
5. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.



6. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.



7. Тела



Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 4.2. Многогранники

Кол-во часов: 11 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть понятие куба, его основные элементы;
2. Рассмотреть симметрии в кубе;
3. Рассмотреть сечения куба;
4. Изучить симметрию в параллелепипеде;
5. Рассмотреть сечения призмы;
6. Рассмотреть решение задач на вычисление объема куба и его измерений;
7. Рассмотреть сечения пирамиды;
8. Рассмотреть решение задач на вычисление объема по интегральной формуле;

Упражнения:

Вариант № 1

1. Диагональ куба равна 3. Найти его объем и полную поверхность.
2. Основание пирамиды служит прямоугольный треугольник с острым углом. Высота пирамиды равна 10 см. Все боковые ребра составляют с плоскостью основание один и тот же угол, равный. Найти объем пирамиды.
3. Площади оснований усеченной пирамиды равны S_1 и S_2 , а высота полной пирамиды равна 35 см. Определить объем усеченной пирамиды.
4. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12 см. Вне плоскости этого треугольника дана точка, удаленная от каждой его вершины на расстояние 10 см. Найти расстояние от этой точки до плоскости треугольника.
5. В шар вписан цилиндр, у которого радиус основания относится к высоте как $1:2$. Определить полную поверхность этого цилиндра, если поверхность шара равна S .
5. В конус, у которого радиус основания r , а образующая наклонена к плоскости основания под углом α , вписан шар. Найти объем шара.
6. В прямой треугольной призме через одну сторону нижнего основания проведена плоскость, пересекающая противоположное боковое ребро и составляющее с плоскостью основания угол, равный α . Определить площадь сечения, если в основании призма лежит правильный треугольник, сторона которого равна a .
7. Сторона основания правильного шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро пирамиды равно 4. Найти объем и боковую поверхность пирамиды.
8. Сторона основания четырехугольной усеченной пирамиды равна 3 см и 5 см. Ребро усеченной пирамиды равно 5. Найти площадь полной поверхности усеченной пирамиды.
9. Стороны треугольника 10 см, 17 см и 21 см. Из вершины большего угла этого треугольника проведен перпендикуляр к его плоскости, равный 15 см. Определить расстояние от его концов до большей стороны.
10. В шар объемом V вписан цилиндр, образующая которого видна из центра шара под углом α . Найти объем цилиндра.

Вариант № 2

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна a , и образует с плоскостью основания угол α . Найти объем параллелепипеда, если одна сторона основания больше другой на 2 см.

2. Основанием четырехугольной пирамиды служит квадрат. Одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания, два другие наклонены к плоскости основания под углом α . Найти полную поверхность пирамиды, если сторона квадрата равна 4 см.

3. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде объем равен V , высота равна 10 м и сторона одного основания a м. Определить сторону другого основания.

4. В треугольнике ABC угол C прямой; CD – перпендикуляр к плоскости этого треугольника. Точка D соединена с A и B. Определить площадь треугольника ADB, если дано CA=3 дм, BC=2 дм, CD=1 дм.

5. Металлический цилиндр с диаметром основания $d=4$ см и высотой $h=4$ см, переплавлен в шар. Вычислить объем и площадь поверхности шара.

6. В правильной четырехугольной пирамиде высота h , боковое ребро b . Найти объем описанного шара.

7. Высота правильной четырехугольной призмы равна h см. Из одной вершины основания проведены в двух смежных боковых гранях две диагонали, угол между которыми α . Определить боковую поверхность призмы.

8. Высота правильной треугольной пирамиды равна h , а боковая грань образует с плоскостью основания угол α . Найти объем пирамиды.

9. Определить объем правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если ее диагональ равна 9 см, а стороны оснований 7 см и 5 см.

10. В вершине A прямоугольника ABCD проведен к его плоскости перпендикуляр AK, конец K которого расположен от других вершин на расстоянии 6 см, 7 см, 9 см. Найти длину перпендикуляра AK.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 4.3. Поверхности и тела вращения

Кол-во часов: 14 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть сечения цилиндра;
2. Рассмотреть сечения конуса;
3. Рассмотреть подобие тел;
4. Рассмотреть решение задач на отношение площадей поверхностей и объемов тел;
5. Рассмотреть сечения шара.

Упражнения:

Цилиндр

Вариант 1	Вариант 2
<p>Радиус цилиндра равен 10 см. Сечение, параллельное оси цилиндра и удаленное от нее на 8 см, имеет форму квадрата. Найдите площадь сечения.</p>	<p>Высота цилиндра равна 16 см. На расстоянии 6 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси цилиндра и имеющее форму квадрата. Найдите радиус цилиндра.</p>
<p>Дан прямоугольник с периметром 18 см. Он является разверткой боковых поверхностей для двух цилиндров, площади оснований которых относятся как 1:4. Найдите площадь прямоугольника.</p> <p>Прямоугольник, периметр которого равен 18 см, а площадь — 18 см^2, вращается вокруг большей стороны. Найдите объем цилиндра, полученного при вращении.</p>	<p>Дан прямоугольник площадью 48 см^2. Он является осевым сечением для двух цилиндров, площади оснований которых относятся как 9 : 16. Найдите периметр прямоугольника.</p> <p>Прямоугольник, стороны которого относятся как 5 : 12, а диагональ равна 13 см, вращается вокруг большей стороны. Найдите объем цилиндра, полученного при вращении.</p>

Площадь поверхности и объем цилиндра

Вариант 1	Вариант 2
<p>Дан прямоугольник с периметром 18 см. Он является разверткой боковых поверхностей для двух цилиндров, площади оснований которых относятся как 1:4. Найдите площадь прямоугольника.</p>	<p>Дан прямоугольник площадью 48 см^2. Он является осевым сечением для двух цилиндров, площади оснований которых относятся как 9 : 16. Найдите периметр прямоугольника.</p>
<p>Объем цилиндра равен $45\pi \text{ см}^3$, а площадь основания — $9\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p>	<p>Объем цилиндра равен $80\pi \text{ см}^3$, а высота равна 5 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.</p>

Выполните самостоятельную работу:

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. (16.) Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус равен 8 м, образующая 40 м.</p> <p>2. (16.) Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.</p> <p>3. (36.) В прямой треугольной призме основание — прямоугольный треугольник с катетами 6 м и 8 м. Боковое ребро призмы равно 12 м. Найдите площадь поверхности призмы.</p> <p>4. (36.) В шаре на расстоянии 6 см от центра проведено сечение, площадь которого 64π. Найдите радиус шара.</p> <p>5. (36.) Найдите объем правильной треугольной пирамиды, боковое ребро которого равно 8 см и наклонно к плоскости основания под углом 60°.</p>	<p>1.(16.) Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус равен 8 м, образующая 40 м.</p> <p>2.(16.) Найдите площадь сферы, диаметр которой равен 6, полагая $\pi = 3,14$.</p> <p>3.(36.) Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 14 см, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите площадь поверхности пирамиды.</p> <p>4.(36.) Осевым сечением конуса является треугольник с высотой 16 см и боковой стороной 20 см. Найдите площадь основания конуса.</p> <p>5.(36.) Основанием прямой призмы является ромб, сторона которого равна 13 см, а одна из диагоналей 24 см. Найдите объем призмы, если диагональ боковой грани равна 14 см.</p>

Конус

Вариант 1	Вариант 2
Высота конуса равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь осевого сечения конуса, если оно является правильным треугольником.	Высота конуса равна 3 см. Найдите площадь осевого сечения конуса, если оно является прямоугольным треугольником.
Ромб с площадью 600 дм^2 и диагональю 30 дм вращается вокруг стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.	Ромб с площадью 300 дм^2 и высотой 12 дм вращается вокруг стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.

Площадь поверхности и объем конуса

Вариант 1	Вариант 2
Объем конуса равен $100\pi \text{ см}^3$, а площадь его основания равна $25\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.	Объем конуса равен $96\pi \text{ см}^3$, а его высота равна 8 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
Объем конуса равен $27\pi \text{ см}^3$. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если угол при вершине его осевого сечения равен 120° .	Объем конуса равен $100\pi \text{ см}^3$. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если его осевое сечение имеет площадь 60 см^2 .

Выполните самостоятельную работу:

№	Конус	Конус	Ответ
1		Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.	2
2		Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на π .	128
3		Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90° . Вычислите объем конуса.	9
4		Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника ABC вокруг катета, равного 6. Найдите его объем, деленный на π .	72
5		Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на π .	16
6		Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?	2

Сфера и шар

Выберите верный вариант ответа:

1. Найдите расстояние от центра шара с радиусом 6 см до плоскости сечения, радиус которого $3\sqrt{3}$ см.
а) $2\sqrt{3}$ см; б) 3 см; в) 4 см; г) $3\sqrt{3}$ см; д) 6 см.
2. Даны шары с радиусами 4 см и 3 см, расстояние между их центрами равно 5 см. Найдите длину линии, по которой пересекаются их поверхности.
а) Определить нельзя; б) 2,4 см; в) $4,8\pi$ см; г) 1,2 см; д) $2,4\pi$ см.
3. Какая из указанных сфер имеет координаты центра (-3; 2; 4) и радиус равный 5?
а) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 25$; б) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 5$;
в) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 25$; г) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 4)^2 = 5$;
д) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 25$.
4. Сфера задана уравнением $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z = 0$. Определите координаты её центра и радиус. а) $O(1; 0; 1)$, $R = \sqrt{2}$; б) $O(-1; 0; 1)$, $R = 2$; в) $O(-1; 0; 1)$, $R = \sqrt{2}$;
г) $O(1; 0; -1)$, $R = \sqrt{2}$; д) $O(1; 0; -1)$, $R = 2$.
5. Через точку А (3; 4; 12), принадлежащую сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 169$, проведена перпендикулярная оси Ох плоскость. Найдите радиус сечения.
а) 12; б) 5; в) 3; г) 4; д) 13.
6. Выберите неверное утверждение:
а) Сфера может быть получена в результате вращения полуокружности вокруг её диаметра;
б) тело, ограниченное сферой, называется шаром; в) сечение шара плоскостью есть круг;
г) площадь сферы можно вычислить по формуле $S = 4\pi r^2$;
д) если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, то эта плоскость является касательной к сфере.
7. Сфера задана уравнением $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 + z^2 = 25$. Тогда сфера касается:
а) Озу и Oz; б) Оху и Оу; в) Охз и Ох; г) Оху и Ох; д) Озу и Ох.
8. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 3. Боковые рёбра наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите площадь описанной около пирамиды сферы:
а) определить нельзя; б) 3π ; в) $4\pi\sqrt{3}$; г) 12π ; д) 36π .
9. Сечения шара двумя параллельными плоскостями, между которыми лежит центр шара, имеют площади 144π и 25π , расстояние между сечениями равно 17. Найдите площадь сферы.
а) 100π ; б) 169π ; в) 676π ; г) 576π ; д) 119π .
10. Диаметр шара разделён на три части в отношении 1 : 3 : 2, и через точки деления проведены перпендикулярные ему плоскости. Найдите площадь сферы, если сумма площадей сечений равна 52π см².
а) 36π см²; б) 144π см²; в) 72π см²; г) 324π см²; д) 100π см².

Объём шара

Выберите верный вариант ответа:

1. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объём шара равен 288π , а площадь сечения равна 27π .
а) $2\sqrt{3}$; б) 3; в) 4; г) 6; д) $3\sqrt{2}$.
2. Найдите объём шара, площадь поверхности которого равна 108π см².
а) 108π см³; б) $108\pi\sqrt{2}$ см³; в) $81\pi\sqrt{3}$ см³; г) 81π см³; д) $108\pi\sqrt{3}$ см³.
3. Диаметр одного шара равен радиусу другого. Найдите отношение объёмов этих шаров.
а) 1 : 2; б) 2 : 1; в) 4 : 1; г) 1 : 8; д) 8 : 1.

4. Ребро куба равно 1. Найдите объём описанного около куба шара.

а) π ; б) $4\pi/3$; в) $\pi\sqrt{3}/2$; г) $\pi/6$; д) $4\pi\sqrt{3}$.

5. Диаметр шара разделён на три части в отношении 1 : 3 : 2, и через точки деления проведены перпендикулярные ему плоскости. Найдите объём шарового слоя, заключенного между этими плоскостями, если площадь поверхности шара равна 144π см².

а) 192π см³; б) 576π см³; в) 64π см³; г) 144π см³; д) 288π см³.

6. Плоскость, перпендикулярная диаметру шара, делит этот диаметр на две части, равные 3 и 9. Найдите объём меньшей части.

а) 36π ; б) 288π ; в) 45π ; г) 243π ; д) 198π .

7. В правильную треугольную призму, сторона основания которой $2\sqrt{3}$, вписан шар. Найдите объём этого шара.

а) $32\pi/3$; б) $4\sqrt{3}\pi/3$; в) π ; г) $4\pi/3$; д) определить нельзя.

8. В конус вписан шар. Найдите объём шара, если образующая m наклонена к плоскости основания под углом 60° .

а) $\pi m^3\sqrt{3}/54$; б) $\pi m^3/162$; в) определить нельзя; г) $\pi m^3/6$; д) $\pi m^3(10 - 7\sqrt{2})/3$.

9. Найдите объём шарового сектора, если радиус шара равен $3\sqrt{2}$ см, а радиус окружности основания - $\sqrt{10}$ см.

а) $36\pi\sqrt{2}$ см³; б) $12\pi\sqrt{2}$ см³; в) $6\pi\sqrt{2}$ см³; г) $8\pi\sqrt{2}$ см³; д) $4\pi\sqrt{2}$ см³.

10. Выберите верное утверждение:

а) Объём шара радиуса R равен $3\pi R^3/4$;

б) шаровым сектором называется часть шара, отсекаемая от него какой – нибудь плоскостью;

в) объём шарового слоя можно вычислить как сумму объёмов двух шаровых сегментов;

г) объём шара можно вычислить по формуле $V = SR$, где R - радиус шара, S – площадь его поверхности;

д) отношение объёмов двух шаров равно 8, тогда отношение площадей их поверхностей равно 4.

Выполните самостоятельную работу:

Вариант 1

1. Чему равна площадь боковой поверхности равностороннего конуса с радиусом основания 7 см?

2. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна 16 см². Найдите площадь сферы.

Вариант 2

1. Определите площадь поверхности усеченного конуса, если радиусы оснований равны 6 см и 8 см, образующая – 5 см?

Вариант 3

1. Площадь полной поверхности усеченного конуса равна 150π см². Чему равна площадь его боковой поверхности, если радиусы оснований: 3 см и 6 см?

Вариант 4

1. Чему равна площадь боковой поверхности равностороннего конуса, если его образующая равна 12 см?

Вариант 5

1. Площадь полной поверхности конуса равна 136 см², радиус основания – 6 см. Найдите площадь боковой поверхности.

2. Осевое сечение шара – равносторонний треугольник со стороной, равной 12 см. Найдите площадь поверхности шара, вписанного в конус.

Вариант 1

1. Прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 12 см, а острый угол 45° , вращается вокруг катета. Найдите объём полученного тела вращения.

Вариант 2

1. Образующая конуса равна 16 см. Угол при вершине его осевого сечения равен 120° . Вычислите объем конуса.

Вариант 3

1. Объем шара равен 200 см^3 . Найдите его радиус.

2. Осевое сечение конуса – правильный треугольник со стороной 6 см. Найдите объем конуса.

Вариант 4

1. На поверхности шара даны такие три точки A , B и C , что $AB = 8 \text{ см}$,

$BC = 15 \text{ см}$, $AC = 17 \text{ см}$. Центр шара находится на расстоянии $\frac{\sqrt{35}}{2} \text{ см}$ от плоскости ABC .

Найдите объем шара.

2. Радиус основания конуса равен 6 см, а высота равна 4 см. Через середину высоты конуса проведена плоскость, параллельная основанию конуса. Найдите объем отсеченного конуса.

Вариант 6

1. Полуокруг вращается вокруг диаметра, равного 12 см. Определите объем полученного тела вращения.

2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4. Найдите объем цилиндра.

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.

Тема 4.4. Координаты и векторы

Кол-во часов: 10 часов

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Формы контроля: проверка работ, зачет по разделу, тестирование

Виды заданий:

1. Рассмотреть окружность и ее уравнение;
2. Рассмотреть скалярное произведение векторов в координатной форме;
3. Разложение вектора в базисе;
4. Рассмотреть решение прикладных задач на использование координат и векторов;

Упражнения:

Пример 1

Даны две точки плоскости $A(2; 1)$ и $B(-2; 3)$. Найти координаты вектора \overline{AB}

Пример 2

а) Даны точки $A(-4; 5)$ и $B(1; -3)$. Найти векторы \overline{AB} и \overline{BA} .

б) Даны точки $A(2; 0)$, $B(-7; 1)$ и $C(4; 1)$. Найти векторы \overline{AB} , \overline{AC} и \overline{BC} .

в) Даны точки $F(-2; -1; 0)$ и $E(0; -1; -2)$. Найти векторы \overline{FE} и \overline{EF} .

г) Даны точки $A_1(10; 5; -4)$, $A_2(-8; 6; 3)$, $A_3(1; 1; -1)$, $A_4(0; 0; 1)$. Найти векторы $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_1A_3}$, $\overline{A_1A_4}$.

Пример 3

Даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$. Найти длину отрезка AB .

Пример 4

Даны точки $A(2; 3; -1)$ и $B(-5; 3; 0)$. Найти длину отрезка AB .

Пример 5

Даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$. Найти длину вектора \overline{AB} .

Пример 6

а) Даны точки $A(0; 2; 5)$ и $B(-4; 7; 15)$. Найти длину вектора \overline{BA} .

б) Даны векторы $\overline{a}(-2; 6)$, $\overline{b}(-4\sqrt{2}; 2; 0)$, $\overline{c} = 4\overline{i} + \sqrt{2}\overline{j}$ и $\overline{d} = 4\overline{j} - 3\overline{k}$. Найти их длины.

Пример 7

Даны векторы $\overline{a}(1; -2)$ и $\overline{b}(2; 3)$. Найти $2\overline{a}$, $\overline{a} + \overline{b}$ и $\overline{a} - \overline{b}$

Пример 8

Даны векторы $\overline{a}(0; 4; -7)$ и $\overline{b}(7; -9; 1)$. Найти $3\overline{a} - 2\overline{b}$ и $-\overline{a} + 4\overline{b}$

Пример 9

Даны векторы $\overline{a}(1; -2)$, $\overline{b}(2; 0)$, $\overline{c}(-4; 2)$. Найти $3\overline{a} - 5\overline{b} + \frac{1}{2}\overline{c}$ и $-2(\overline{a} - 2\overline{c}) + 4\overline{b}$

Рекомендуемая литература:

1. Григорьев С.Г. Математика: учебник для СПО. – 7-е изд., стер. – М.: Академия, 2012. – 416с.